

## 动态出现和/或消失时频信号的模型和分析

王悦斌<sup>1,2</sup>, 蒋景飞<sup>2</sup>, 张建构<sup>1,2</sup>

(1. 复旦大学智慧网络系统研究中心和电子工程系, 上海 200433;

2. 电子信息控制重点实验室, 四川成都 610036)

**摘要:** 针对动态出现和/或消失的时频信号, 本文提出了一种时频模型和分析方法. 该模型以时频信号各分量的幅度和相位为状态变量, 并利用多项式预测模型为它们建立起状态方程, 再视多分量混合时频信号的观测为测量方程, 这就为多分量时频信号建立了状态空间模型. 为了应对时频信号分量动态出现和/或消失的情况, 本文利用非参数迭代自适应谱估计方法对时间加窗的信号进行分析, 得到该时间窗内的短时谱, 以该短时谱中噪声谱的3倍标准差准则来确定信号分量的数目. 由此, 基于提出的模型, 就可利用无迹卡尔曼滤波算法来分析动态出现和/或消失的时频信号. 分析和仿真均表明: 提出方法无论在精确度、分辨率以及交叉时频谱分离等方面均优于文献报道的方法.

**关键词:** 动态出现和/或消失; 多项式预测模型; 迭代自适应谱估计; 无迹卡尔曼滤波

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112(2019)02-0495-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.02.034

## A Time-Frequency Model and Analytical Method for Multiple Modulated Components with Dynamic Births and Deaths

WANG Yue-bin<sup>1,2</sup>, JIANG Jing-fei<sup>2</sup>, ZHANG Jian-qiu<sup>1,2</sup>

(1. *The Research Center of Smart Networks and Systems and Department of Electronic Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China;*

2. *Science and Technology on Electronic Information and Control Laboratory, Chengdu, Sichuan 610036, China*)

**Abstract:** In this paper, a new time-frequency model and analytical method are proposed for multiple modulated components with dynamic births and deaths. The proposed model takes the amplitude and phase of components as the state variables whose evolutions are described as polynomial prediction models. The observations of the signal are then viewed as the measurements of the states. In this way, a new state space model is built to describe the signal with multiple modulated components. In order to cope with the dynamic births and deaths of the components, a non-parametric iterative adaptive approach with a time window is employed to obtain the short time spectrums. The number of signal components is found under the rule of three times standard deviation of the noise in the spectrums. Now, the unscented Kalman filter can be used to analyze the dynamic births and deaths signals based on the proposed model. Simulation results verify the effectiveness of the proposed method while its performances shown in terms of accuracy, resolution and crossing spectrum separation are much better than the ones reported in literature.

**Key words:** dynamic births and deaths; polynomial prediction model; iterative adaptive approach; unscented Kalman filter

### 1 引言

非平稳信号的分析、处理和参数估计在诸如雷达<sup>[1,2]</sup>、语音<sup>[3]</sup>、生物医学<sup>[4]</sup>等领域中发挥着重要的作用. 为了了解非平稳信号各频率成分随时间变化情况, 人们从经典的短时傅里叶变换(STFT), 发展出了

Wigner分布(Wigner Distribution, WD)<sup>[5]</sup>和S变换<sup>[6]</sup>等常见的时频分析法. 然而, 对于含有多个时频分量的非平稳信号, 上述方法在诸如时频分辨率、非线性调频特性的分析、信号分量的动态出现和/或消失等方面存在着局限性<sup>[7]</sup>. 为了提高对非平稳信号的时频表示能力, 近年来, 人们发展出了许多新的方法. 例如,

收稿日期: 2017-12-13; 修回日期: 2018-04-10; 责任编辑: 李勇锋

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61571131); 电子信息控制重点实验室基金

针对 STFT 时间和频率分辨率不能自适应非平稳信号特性的缺点,文献[8]提出了自适应的 STFT 算法 (Adaptive Short-Time Fourier Transform, ASTFT). 该算法可根据信号调频斜率的变化,来不断调节自身 STFT 窗的长度. 然而,当信号具有非常强的非平稳性时,必须取一个短的时间窗,这样其能量集中度必将下降. 为此,文献[9]提出了一种对信号幅度和相位进行建模追踪的方法,以提高对瞬时频率估计的分辨率,但是该算法无法应对信号分量动态出现和/或消失的情况. 文献[10]基于时变非参数贝叶斯方法提出了 ADPM-RBPF 算法. 该算法部分解决了信号分量动态出现和/或消失的时频分析问题,同时也提高了低信噪比下的时频谱估计精度. 然而,由于该算法利用 STFT 得到的原始时频谱作为它的观测,因而其最终性能受制于 STFT 的性能.

针对载频差异较小,时间上重叠,调制方式完全相同,且动态出现和/或消失多个未知分量非平稳混合信号的分析问题,本文提出一种新的时频模型和分析方法. 该模型以多项式预测<sup>[11]</sup>为基础从而为多分量时频信号建立起了新的状态空间模型. 为了应对多分量信号的动态出现和/或消失,我们提出利用非参数的迭代自适应算法 (Iterative Adaptive Approach, IAA)<sup>[12]</sup> 得到时间窗内信号的短时谱,再对其所含的噪声方差  $\sigma$  进行估计,就可采用  $3\sigma$  准则<sup>[13]</sup> 来确定短时谱中信号分量的数目. 由此,利用提出的模型,我们就可采用无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman Filter, UKF)<sup>[14]</sup> 来分析动态出现和/或消失分量的时频信号了. 分析和数值仿真结果均证明:在不同信噪比下,提出方法无论在精确度、分辨率以及交叉时频谱分离等方面明显优于文献[8~10]报道的方法.

## 2 时频分析的状态空间模型

考虑一个由多个调频调幅信号分量构成的时频信号,为了描述其分量随时间动态出现和消失的情况,用  $K$  来表示未知和/或随时间变化的信号分量数目,这样本文考虑的时频信号的离散形式就可由下式描述<sup>[15]</sup>

$$y(n) = \sum_{k=1}^K a_k(n) e^{j\theta_k(n)} + \eta(n) \quad (1)$$

式中,  $y(n)$  表示信号的观测值,  $a_k(n)$  和  $\theta_k(n)$  分别是第  $k$  个分量信号的幅度和相位时间函数,  $\eta(n)$  是观测噪声. 多分量时频信号的第  $k$  个分量信号的归一化“瞬时频率 (Instantaneous Frequency, IF)”  $f_k(n)$  可定义为<sup>[7]</sup>

$$f_k(n) = \frac{1}{2\pi} (\theta_k(n+1) - \theta_k(n)) \quad (2)$$

式(1)中函数  $a_k(n)$  和  $\theta_k(n)$  可以是线性或非线性的,当其为非线性时,Weierstrass 逼近定理<sup>[16]</sup> 告诉我们:

任一有界闭区间上的连续函数都可以由该区间内的多项式以任意精度逼近. 这意味着对任意连续函数,如果将其闭区间进行分割,且让每个分割出的小区间足够小,以致在每一小区间内,该函数都可以用一个低阶多项式 (例如一阶多项式) 以任一精度逼近. 据这个原理,可假设信号分量的瞬时相位  $\theta_k(n)$ , 在每一分割的小区间内可由如下  $L$  阶多项式描述:

$$\theta_k(n) = \sum_{l=0}^L p(l) n^l \quad (3)$$

式中  $p(l)$  为多项式的系数. 如果想用前  $M$  个时刻的相位值  $\theta_k(n-M), \dots, \theta_k(n-1)$  来预测当前时刻的相位  $\theta_k(n)$ , 即

$$\theta_k(n) = \sum_{m=1}^M h(m) \theta_k(n-m) \quad (4)$$

显然,式(4)是以  $h(m)$  ( $m=1, 2, \dots, M$ ) 为系数的有限冲激响应 (FIR) 滤波器. 将式(3)代入式(4), 消去多项式系数  $p(l)$ , 可得<sup>[11]</sup>:

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^M h(m) = 1 \\ \sum_{m=1}^M h(m) m^l = 0, l = 1, \dots, L \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)无法唯一确定系数  $h(m)$ . 考虑到信号的观测都是存在噪声的, 这样就需要获得滤波器的噪声增益

$$NG = \sum_{m=1}^M |h(m)|^2 \quad (6)$$

具有最小值. 在式(5)的约束条件下, 利用拉格朗日法就可求得式(6)的最优解是<sup>[11]</sup>:

当  $L=1$  时,

$$h(m) = \frac{4M-6m+2}{M(M-1)} \quad (7)$$

当  $L=2$  时,

$$h(m) = \frac{9M^2 + (9-36m)M + 30m^2 - 18m + 6}{M^3 - 3M^2 + 2M} \quad (8)$$

式中  $m=1, 2, \dots, M$ , 其中  $M$  表示滤波器的长度. 当  $L$  为其他值时, 计算结果详见文献[11].

据上述多项式预测模型, 可对式(1)中时频信号分量的瞬时幅度和相位函数进行建模. 定义第  $k$  个时频信号分量在  $n$  时刻的状态向量为:

$$\mathbf{x}_k(n) = [a_k(n), \theta_k(n), \dots, \theta_k(n-M+1)]^T \quad (9)$$

其中  $\theta_k(n-m)$ ,  $m=0, 1, \dots, M-1$  是前  $M$  个时刻的相位值, 信号分量的幅度  $a_k(n)$  用如下随机漫步模型<sup>[17]</sup> 来描述:

$$a_k(n) = a_k(n-1) + \omega_a(n-1) \quad (10)$$

式(10)也可看作是零阶多项式预测模型的一个特例, 即用前一时刻的幅度值  $a_k(n-1)$  来预测当前时刻的幅度值  $a_k(n)$ . 根据式(4)和式(10)的模型描述, 式(9)的

状态方程就可以表示为

$$\mathbf{x}_k(n) = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k(n-1) + \boldsymbol{\omega}_k(n-1) \quad (11)$$

式中  $\boldsymbol{\omega}_k(n-1)$  是 0 均值的高斯噪声, 其协方差矩阵为  $\mathbf{Q}_k = \text{diag}(\sigma_a^2, \sigma_{\theta_a}^2, \dots, \sigma_{\theta_w}^2)$ , 其中,  $\sigma_a$  为信号幅度的扰动强度,  $\sigma_{\theta_a}$  为信号相位的扰动强度. 这样式(11)的状态转移矩阵就可以写成

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h(1) & h(2) & \cdots & h(M) \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式(11)给出一个信号分量的状态空间描述, 当假设  $K$  个信号分量的每一个其幅度以及相位变化互相独立时, 可用下面联合的状态方程进行描述

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{F}\mathbf{x}(n-1) + \boldsymbol{\omega}(n-1) \quad (13)$$

式中  $\mathbf{x}(n) = [\mathbf{x}_1^T(n), \dots, \mathbf{x}_K^T(n)]^T$  为信号的联合状态矢量, 联合状态转移矩阵  $\mathbf{F} = \text{diag}(\mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_K)$ ,  $\boldsymbol{\omega}(n-1) = [\boldsymbol{\omega}_1^T(n-1), \dots, \boldsymbol{\omega}_K^T(n-1)]^T$  是 0 均值的模型噪声, 其协方差矩阵  $\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_K)$ .

已知以信号幅度和相位为状态的观测是由式(1)所描述, 这样联合式(13)和式(1), 就获得了描述时频信号的状态空间模型. 当时频信号的分量数目  $K$  已知时, 就可用给出的状态空间模型对时频信号进行分析. 但实际上, 这个数目  $K$  一般未知, 特别是它可能随时间动态出现和/或消失. 为了应对这一情形, 下面将给出信号分量数目的估计方法. 据作者所知, 信号分量数目 (也可称为模型的阶) 的估计与信号的分析一样甚至更加困难.

### 3 信号分量数目的检测

假设待分析时频信号在较短的时间窗内是近似平稳的, 即总可以取一个短的时间窗来保证该假设的合理性, 在这样一个短的时间窗, 近似平稳的信号可由下面模型描述<sup>[12]</sup>

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^I \mathbf{h}_i e_{f_i} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{H}\mathbf{e} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (14)$$

式中,  $\mathbf{y} = [y(n-N/2), \dots, y(n+N/2-1)]^T$  表示时间窗内的测量数据,  $N$  为时间窗的宽度;  $I$  为离散化频点的个数;  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_{f_1}, \dots, \mathbf{h}_{f_I}]$  为频率导向矩阵,  $\mathbf{h}_{f_i} = [e^{j2\pi f_i t_{n-N/2}}, \dots, e^{j2\pi f_i t_{n+N/2-1}}]^T$  是离散化频点  $f_i$  对应的频率矢量,  $t_n$  表示采样时刻;  $\mathbf{e} = [e_{f_1}, \dots, e_{f_I}]^T$  为幅度矢量, 其中  $e_{f_i}$  是离散化频点  $f_i$  对应的幅值;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  是均值为 0 且与信号相互独立的高斯白噪声.

针对式(14)所描述信号, 文献中报道的诸多谱估计方法, 都可以用来对其进行谱分析, 由于非参数的迭代自适应 (IAA) 谱估计算法具有高分辨率和鲁棒

性<sup>[12]</sup>, 因此本文用它来对式(1)进行谱估计, 其最终谱估计结果为

$$IAA_y(n, f) = (\mathbf{h}_f^T \mathbf{W}_f^J \mathbf{h}_f)^{-1} \mathbf{h}_f^T \mathbf{W}_f^J \mathbf{y} \quad (15)$$

式中,  $IAA_y(n, f)$  表示  $n$  时刻 IAA 算法估计得到的谱,  $\mathbf{W}_f^J$  表示第  $J$  次迭代中针对频点  $f$  的加权矩阵<sup>[12]</sup>.

IAA 算法获得式(1)的信号和噪声谱是叠加在一起的, 为了确定信号分量数目, 需要假定信号与噪声谱是相互独立的. 在应用中这一假设一般是合理的, 这就意味着信号谱相对于噪声谱来说就是其粗差, 那么就可据文献[13]的  $3\sigma$  准则来估计信号分量数目, 这是因为当噪声谱服从正态分布时, 有 99.9% 以上的置信度确定选出的粗差是信号分量. 为了利用  $3\sigma$  准则, 需要对噪声谱的方差进行估计. 当噪声是 0 均值的高斯噪声, 其方差可采用下式进行估计<sup>[18]</sup>

$$\sigma \approx \frac{1}{0.6745} \text{Med}\{ |IAA_y(n, f)| \} \quad (16)$$

式中,  $\text{Med}$  表示取  $n$  时刻谱序列  $\{ |IAA_y(n, f)| \}$  的中位数,  $\sigma^2$  代表对该序列估计到的方差. 一旦获取了谱序列的方差, 据下面的  $3\sigma$  准则

$$\{ |IAA_y(n, f)| \} > 3\sigma \quad (17)$$

就认为谱序列  $\{ |IAA_y(n, f)| \}$  中大于  $3\sigma$  的频谱点为信号的分量. 通过时间窗的滑动, 可确定在不同时间窗内信号分量的动态出现和/或消失.

### 4 时频信号的分析算法

一旦式(17)估计出信号分量的数目, 就可用式(13)和式(1)组成的状态空间模型来进行时频分析. 考虑到式(1)是非线性的测量方程, 因此必须采用非线性的动态滤波算法进行时频分析. 常用的非线性滤波算法有扩展卡尔曼滤波 (EKF)、无迹卡尔曼滤波 (UKF) 和粒子滤波. 其中 UKF 是以无迹变换 (Unscented Transform, UT)<sup>[14]</sup> 为基础, 卡尔曼滤波为框架的非线性滤波算法. 相比于粒子滤波的随机采样<sup>[19]</sup>, UKF 能以确定性的采样方式来处理均值和协方差的非线性传递, 降低了计算复杂度. 综合以上考虑, 本文采用 UKF 作为滤波算法.

在第一个滑动的时间窗, 运用 IAA 算法和式(17)获得的信号分量数目  $K$  及其估计到每一个分量瞬时频率作为初始值, 开始对每一个分量的状态矢量进行如下初始化:

$$\mathbf{x}_k(0) = [a_k(0), \theta_k(0), \dots, \theta_k(-M+1)]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{x}(0) = [\mathbf{x}_1^T(0), \mathbf{x}_2^T(0), \dots, \mathbf{x}_K^T(0)]^T \quad (19)$$

式中,  $a_k(0)$  对应 IAA 谱中第  $k$  个信号分量的幅值, 相位  $\theta_k(0)$  为  $[0, 2\pi]$  之间的随机值, 瞬时频率的初始值可通过相位差传递到状态变量中, 以确定其它相位值, 从而减小初始估计误差.

状态向量协方差矩阵的初始化为

$$\mathbf{P}_k(0) = \text{diag}(\sigma_a^2, \sigma_{\theta_1}^2, \dots, \sigma_{\theta_v}^2) \quad (20)$$

$$\mathbf{P}(0) = \text{diag}(\mathbf{P}_1(0), \mathbf{P}_2(0), \dots, \mathbf{P}_K(0)) \quad (21)$$

由于状态空间模型中只有测量方程是非线性的, 所以只需在计算  $y(n)$  的统计特性时加入 UT 变换. 本文采用  $2D_{x(n)} + 1$  个对称采样点来进行 UT 变换, 其中  $D_{x(n)}$  是联合状态向量  $x(n)$  的维度. 这样本文提出的动态出现和/或消失时频谱分析法, 在每一个滑动的时间窗内的时频分析算法可归纳如下:

#### 算法 1 动态出现和/或消失时频信号的分析

步骤 1: 检测信号分量数目, 若发生变化, 重新初始化;

步骤 2: 预测

$$\mathbf{x}(n|n-1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(n-1) \quad (22)$$

$$\mathbf{P}(n|n-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}(n-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{Q} \quad (23)$$

步骤 3: 更新

1) 计算 Sigma 采样点  $\chi^{(i)}$  以及相应的权系数  $W_m^{(i)}$  和  $W_c^{(i)}$ ,  $i = 0, 1, \dots, 2D_{x(n)}$ ;

2) 根据测量方程对 Sigma 采样点进行非线性传递;

$$\gamma^{(i)} = \sum_{k=1}^K a_k^{(i)} e^{j\theta_k^{(i)}} \quad (24)$$

3) 计算测量  $y(n)$  的预测均值  $\bar{y}$ 、预测方差  $S$  以及状态的互协方差  $\mathbf{C}$ ;

$$\begin{cases} \bar{y} = \sum_{i=0}^{2D_{x(n)}} W_m^{(i)} \gamma^{(i)} \\ S = \sum_{i=0}^{2D_{x(n)}} W_c^{(i)} (\gamma^{(i)} - \bar{y}) (\gamma^{(i)} - \bar{y})^T + R \\ \mathbf{C} = \sum_{i=0}^{2D_{x(n)}} W_c^{(i)} (\chi^i - \mathbf{x}(n|n-1)) (\gamma^{(i)} - \bar{y})^T \end{cases} \quad (25)$$

4) 计算滤波器增益  $\mathbf{G}$ , 更新状态向量以及协方差矩阵.

$$\begin{cases} \mathbf{G} = \mathbf{C}\mathbf{S}^{-1} \\ \mathbf{x}(n) = \mathbf{x}(n|n-1) + \mathbf{G}(y(n) - \bar{y}) \\ \mathbf{P}(n) = \mathbf{P}(n|n-1) - \mathbf{G}\mathbf{S}\mathbf{G}^T \end{cases} \quad (26)$$

需要注意的是, 随着信号分量动态出现和/或消失的变化, 联合状态矢量的维度也将相应变化, 此时, 模型中状态向量、状态转移矩阵和过程噪声均需进行相应的变化而重新初始化.

## 5 仿真结果

### 5.1 动态出现和/或消失多分量时频信号

第一组仿真信号同时包含线性和非线性调频信号, 形式如下:

$$\begin{aligned} y(t) = & I_1(t) \exp(100\pi t + 800\cos(0.06\pi t)) \\ & + I_2(t) \exp(260\pi t + 0.4\pi t^2) \\ & + I_3(t) \exp(200\pi t + 0.4\pi t^2) \\ & + I_4(t) \exp(450\pi t - 0.4\pi t^2) + \eta(t) \end{aligned} \quad (27)$$

式中,  $I_k(t)$  为第  $k$  个信号分量是否存在的指示函数, 其形式为

$$I_k(t) = \begin{cases} 1, & \text{if component } k \text{ exists at } t \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (28)$$

加性复高斯白噪声  $\eta(t)$  的方差为  $\sigma_\eta^2$ , 信噪比定义如下<sup>[13]</sup>

$$\text{SNR} = 10 \log_{10}(1/\sigma_\eta^2) \quad (29)$$

仿真信号长度 100s, 采样频率 512Hz, 信噪比为 -2dB. 图 1(a) 给出了 ASTFT 算法<sup>[8]</sup> 结果; ADPM-RBPF 算法<sup>[10]</sup> 结果如图 1(b) 所示, 它们窗的类型均与提出它们的文献<sup>[8, 10]</sup> 相一致.

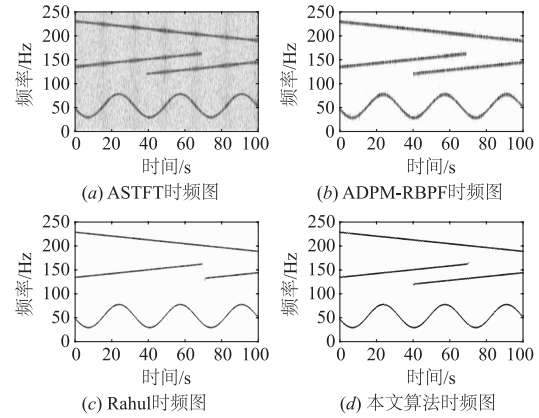


图1 多分量信号时频分布图

本文算法给出的分析结果如图 1(d), 其中 IAA 谱估计的时间窗长度为  $N = 128$ , 窗的移动步长为 128; 状态空间模型中参数选用为  $L = 2, M = 3, \sigma_a = 10^{-3}, \sigma_{\theta_m} = 10^{-6}$ , 其中  $m = 1, 2, 3$ .

由于单目标背景下的均方根误差已不再适用于对算法的性能评价, 本文利用文献<sup>[20]</sup> 提出的 OSPA (Optimal Subpattern Assignment) 距离来评价多目标估计的误差. 对于瞬时频率真实值  $\mathbf{F} = \{f_1, \dots, f_K\}$  和估计值  $\hat{\mathbf{F}} = \{\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_{\hat{K}}\}$ , 当  $K \leq \hat{K}$  时, OSPA 距离定义<sup>[20]</sup> 为

$$\text{OSPA}_p^{(c)}(\mathbf{F}, \hat{\mathbf{F}}) = \left( \frac{1}{K} (\text{OSPA}_1 + \text{OSPA}_2) \right)^{1/p} \quad (30)$$

式中

$$\text{OSPA}_1 = \min_{\pi \in \Pi_K} \sum_{k=1}^K \min(c, \left| \frac{f_k - \hat{f}_{\pi(k)}}{f_k} \right|)^p \quad (31)$$

$$\text{OSPA}_2 = c^p (K - K) \quad (32)$$

当  $K > \hat{K}$  时, 则 OSPA 距离定义为

$$\text{OSPA}_p^{(c)}(\mathbf{F}, \hat{\mathbf{F}}) = \text{OSPA}_p^{(c)}(\hat{\mathbf{F}}, \mathbf{F}) \quad (33)$$

式中, 参数  $c$  是目标状态估计误差的阈值, 它同时可调节集合势的估计误差比重. 本文采用  $p = 2$  阶,  $c = 0.1$  的评价指标.

图 2 给出了四种算法整体瞬时频率估计的平均 OSPA 距离曲线. 针对不同的 SNR, 每种算法均进行 100 次蒙特卡罗仿真. 在四种算法中, Rahul 算法<sup>[9]</sup> 精度较

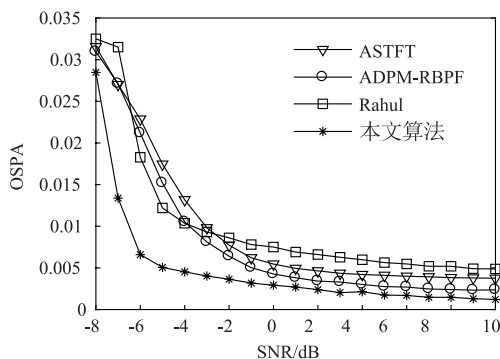


图2 不同信噪比下IF估计误差分析

差,ADPM-RBPF 算法采用 Rao-Blackwellisation 粒子滤波估计信号瞬时频率,因而相对于 ASTFT 估计精度有提升;本文算法直接在时域对信号进行状态空间建模,并利用 UKF 解决了非线性的滤波问题,从而避免了频率离散化所带来的误差,因而估计精度最高。

### 5.2 载频差异较小和交叉时频信号

在第二组仿真中,时频信号包含 3 个载频差异较小的非线性调频信号,形式如下:

$$y(t) = \sum_{k=1}^3 \exp(2f_k \pi t - 400 \sin(0.1 \pi t)) \quad (34)$$

式中信号分量的频率分别为  $f_1 = 127, f_2 = 125, f_3 = 123$ , 仿真信号长度 10s, 采样频率 512Hz, 载频差异约为 0.004 (归一化)。从图 3 中可以发现,只有本文算法才可以分离 3 个载频差异较小的非线性调频信号,而文献报道的方法都不能。

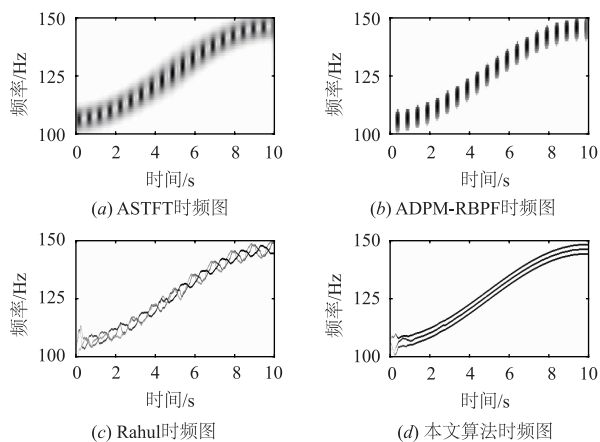


图3 载频差异较小信号的时频分布图

在第三组仿真中,时频信号包含 2 个频率分量有交叉的非线性调频信号,其形式如下:

$$y(t) = \exp(280 \pi t + 400 \cos(0.1 \pi t)) + \exp(220 \pi t + 400 \cos(0.1 \pi t + \pi)) \quad (35)$$

仿真信号长度 10s, 采样频率 512Hz. 图 4 给出了本文算法与对比算法的时频图,其中 ASTFT 算法(图 4(a))和 ADPM-RBPF 算法(图 4(b))不能分离交叉点的

时频谱;Rahul 算法(图 4(c))和本文算法(图 4(d))都是在时域上建立状态空间模型,因此它们都可以实现交叉时频谱的分离,但是 Rahul 算法需要预知信号分量数目。

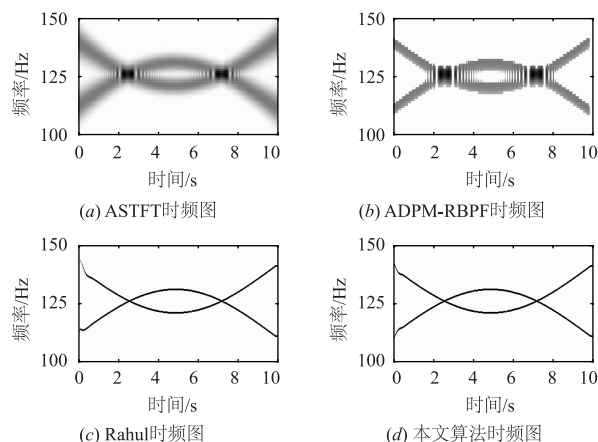


图4 交叉时频分布图

### 5.3 复杂时频信号

为了验证本文算法在各种复杂情况下的鲁棒性和有效性,我们将频率分辨率、非线性调频特性、信号分量的动态出现和/或消失以及交叉时频谱都结合起来的时频信号进行分析. 图 5 给出了本文算法与对比算法的时频图,从这些时频分布图可以看到,在信号载频差异较小的区域,对比算法给出结果信号分量存在严重的重叠. 只有本文算法在图 5(d)可以给出这种复杂时频信号的正确分析结果。

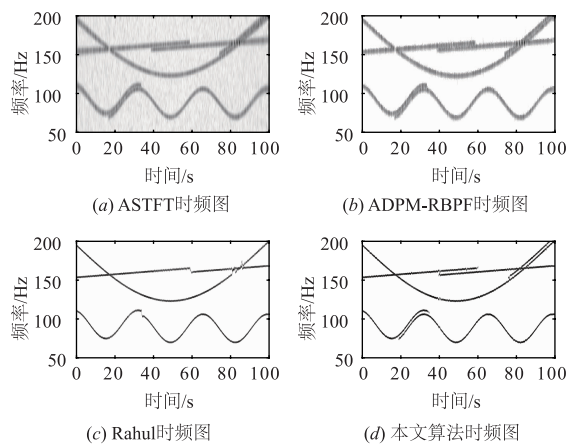


图5 复杂信号时频分布图

图 6 给出了四种算法整体瞬时频率估计的平均 OSPA 距离曲线,可以看到,本文算法的估计误差远小于其它几种算法,性能最佳。

## 6 总结

针对载频差异较小,时间上重叠,且动态出现和/或消失多个未知分量非平稳混合信号的分析,本文提出

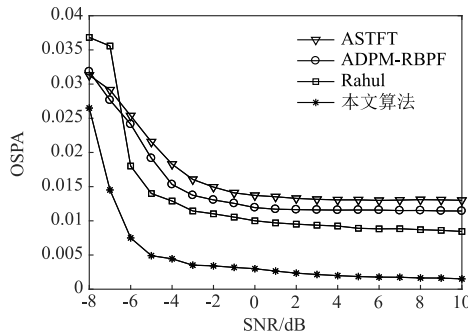


图6 复杂时频信号IF估计误差分析

了一种新的时频模型和分析方法. 基于多项式预测理论, 本文以信号各分量的幅度和相位作为状态变量, 再由此多分量混合的时频信号观测作为测量方程, 从而为多分量时频信号建立起了新的状态空间模型. 本文采用非参数的 IAA 算法对加时间窗信号进行短时谱估计, 再以  $3\sigma$  准则确定信号分量数目, 因而可应对模型中信号分量的动态出现和/或消失, 这使得该方法更加适用于实际应用情况. 基于提出的模型, 本文采用 UKF 来解决非线性滤波的问题, 从而提高了时频谱的估计精度. 分析和数值仿真结果均证明: 在 Gaussian 白噪声背景下, 本文提出方法获得的时频谱能量集中度更高, 对瞬时频率估计精度更高, 特别的, 本文时频模型对于载频差异较小或者交叉时频信号的分析结果最好.

#### 参考文献

- [1] STANKOVIC L J, THAYAPARAN T, DAKOVIC M. Signal decomposition by using the S-method with application to the analysis of HF radar signals in sea-clutter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4332-4342.
- [2] STANKOVIC L, STANKOVIC S, THAYAPARAN T, et al. Separation and reconstruction of the rigid body and micro-Doppler signal in ISAR part I - theory[J]. Radar Sonar & Navigation IET, 2015, 9(9): 1147-1154.
- [3] UMAPATHY K, KRISHNAN S, JIMAA S. Multigroup classification of audio signals using time-frequency parameters[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2005, 7(2): 308-315.
- [4] BENTLEY P M, GRANT P M, MCDONNELL J T E. Time-frequency and time-scale techniques for the classification of native and bioprosthetic heart valve sounds[J]. IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering, 1998, 45(1): 125-128.
- [5] Wigner E. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium[J]. Physical Review, 1932, 40(5): 749-759.
- [6] STOCKWELL R G, MANSINHA L, LOWE R P. Localization of the complex spectrum: The S transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(4): 998-1001.
- [7] Li Z Y, MARTIN N. A time-frequency based method for the detection and tracking of multiple non-linearly modulated components with births and deaths[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(5): 1132-1146.
- [8] ZHONG J, HUANG Y. Time-frequency representation based on an adaptive short-time Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10): 5118-5128.
- [9] WAGHMARE R G, SUBRAHMANYAM S, MISHRA D. Signal tracking approach for simultaneous estimation of phase and instantaneous frequency[A]. IEEE International Conference on Signal Processing, Informatics, Communication and Energy Systems[C]. IEEE, 2015. 1-5.
- [10] CAREVIC D, DAVEY S. Two algorithms for modeling and tracking of dynamic time-frequency spectra[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(22): 6030-6045.
- [11] HEINONEN P, NEUVO Y. FIR-median hybrid filters with predictive FIR substructures[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech & Signal Processing, 2002, 36(6): 892-899.
- [12] STOICA P, LI J, HE H. Spectral analysis of nonuniformly sampled data: A new approach versus the periodogram[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(3): 843-858.
- [13] ZHANG J Q. An eigenvalue residuum-based criterion for detection of the number of sinusoids in white Gaussian noise[J]. Digital Signal Processing, 2003, 13(2): 275-283.
- [14] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [15] WANG S, CHEN X, CAI G, et al. Matching demodulation transform and synchrosqueezing in time-frequency analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(1): 69-84.
- [16] STONE M H. The generalized weierstrass approximation theorem[J]. Mathematics Magazine, 1948, 21(4): 167-184.
- [17] PEARSON K. The problem of the random walk[J]. Nature, 1905, 72(1865): 294.
- [18] XU L, ZHANG J Q, YAN Y. A wavelet-based multisensor data fusion algorithm[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2004, 53(6): 1539-1545.
- [19] RISTIC B, ARULAMPALAM S, GORDON N. Beyond the Kalman filter: Particle filters for tracking applications[J]. IEEE Trans of Aerospace & Electronic Systems,

2003,19(7):37-38.

- [20] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters

[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8):3447-3457.

#### 作者简介



王悦斌 男,1993年5月出生,山东济宁人.2012年毕业于苏州大学通信工程系,取得理学学士学位.现为复旦大学电子工程系在读硕士生,主要从事时频分析、多目标追踪等方面的研究.

E-mail:yuebinwang16@fudan.edu.cn



蒋景飞 男,1985年9月出生于四川省西昌市.分别于2008年和2011年在复旦大学电子工程系获得理学学士和硕士学位.现为中国电子科技集团第二十九研究所工程师,主要研究方向为阵列信号处理.

E-mail:082021030@fudan.edu.cn